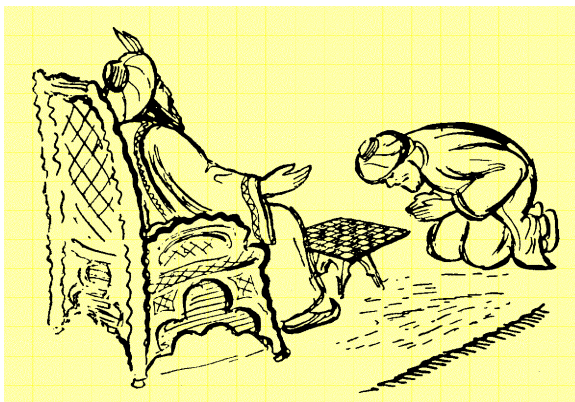


Проблем 27

НЕСКРОМНА СКРОМНОСТ

Кад је индијски цар Ширхам, коме се много допадала игра шах, позвао себи Сету Бен Дахира, младог научника који је ту игру измислио, и понудио му да затражи награду какву год жели, Сета Бен Дахир је, како вели прича, затражио “само” толико пшенице да на први квадрат може ставити једно зрно, на други квадрат два зрна, на трећи четири и тако редом, до последњег поља шаховске табле, - да на свако поље може ставити два пута више него на претходно.



Сл. 17 – Сета Бен Дахир је затражио да се на свако поље стави двострук број зрна пшенице него на претходно...

Цар Ширхам је био изненађен, па помало и увређен, тим сувише скромним захтевом Сете Бен Дахира, али је ускоро схватио да је захтев био далеко од скромности.

Кад су донели врећу пшенице да изврше Сетину молбу, врећа је била празна пре него што су дошли до двадесетог поља на табли. А како је број зрна на сваком даљем пољу стално двоструко растао, цар и његови дворани убрзо схватише да цар неће бити у стању да изврши своје обећање.

Колико је зрна пшенице било потребно да се испуни молба Сете Бен Дахира?



Ова вам је прича сигурно већ одавно позната. Ви већ знате да је било потребно пшенице више него што се произведе у целој свету. Али, да ли сте баш покушали да

и израчунате колико је зрна пшенице требало ставити на шаховску таблу?

Укупни број зрна жита које је тражио млади научник, а који ћемо означити са S по латинској речи сума (збир), износио је

$$S = 1+2+2^2+2^3+\dots+2^{63}$$

Такав низ бројева, у коме се сваки следећи повећава тако што се претходно помножи истим фактором, назива се, као што знате, геометријском прогресијом. У нашем проблему тај стални фактор, који ћемо означити са q , износи 2.

Верујем да знате - а можда и не знате - да се збир свих чланова једног таквог низа добије ако се стални фактор q подигне на степен који представља укупни број чланова прогресије, односно n (што је у нашем проблему 64, јер шаховска табла има 64 поља), па се од тог броја одузме 1, те се тако добијени број помножи са првом чланом прогресије a и подели са бројем који је за 1 мањи од сталног фактора:

$$S = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$$

У нашем примеру је, према томе, збир свих зрна пшенице на шаховској табли

$$S = \frac{1 \cdot (2^{64} - 1)}{2 - 1} = 2^{64} - 1$$

Треба, дакле, најпре 2 помножити 64 пута са 2, па одузети 1.

То се може лако урадити помоћу логаритамских таблица, али може и без њих. Поделићемо 64 множења на 6 група по 10 двојка у свакој и преостаће једна група са 4 двојке. Кад измножите 10 двојка, што није сувише тешко, добићете 1024. Према томе, тражени број ће бити

$$1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 1024 \times 16$$

Кад помножите 1024×1024 добићете 1 048 576.

Остаје још да се измножи

$$1\ 048\ 576 \times 1\ 048\ 576 \times 1\ 048\ 576 \times 16$$

Кад од тога производа одбијемо 1, добићемо укупни број

18 446 744 073 709 551 615

Прочитајте тај број: Осамнаест квинтилиона четири стотине четрдесет шест квадрилиона седамстотина четрдесет четири трилиона седамдесет три билиона седам стотина девет милиона пет стотина педесет једна хиљада шест стотина петнаест.

Колики је то број схватићемо кад га упоредимо са годишњом светском производњом жита.

Била би потребна производња жита од близу 2000 година, па да се задовољи жеља Сете Бен Дахира. Да би се сва та жетва сместила у један амбар који би био висок 4 метра и широк 12 метара, тај би амбар морао бити дуг 2 пута више него од Земље до Сунца.

Цар Ширхам је, вели прича, био збуњен и несретан што не може искупити своје царско обећање. Али, да је био досетљив као његов млади математичар, лако би се ослободио своје обавезе. Требало је само да затражи од Сете Бен Дахира да сам себи, из царских житница, одброји зрна пшенице коју је тражио. Ако би сваке секунде одбројио по једно зрно, за дан и ноћ непрекидног рада одвојио би само 86 400 зрна.

Цели живот би му отишао на то бројање, а узео би само мали део оног што му припада. А колико би му времена требало да узме све - остављам вама да сами израчунате.